

MA-1121—Matemática I, Honor —

**Cada ejercicio vale 10 puntos. Justifique sus afirmaciones.**

1. Describa el conjunto

$$A = \left\{ x \mid \left| x + \frac{1}{x} \right| \geq \frac{3\sqrt{2}}{2} \right\}$$

utilizando intervalos.

2. Encuentre una ecuación para la circunferencia  $S$  que es tangente a la recta de ecuación  $x - 3y + 12 = 0$ , cuyo centro es  $(5, -1)$ .

3. Considere la función

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 - 6x + 8}$$

a) Halle el conjunto  $K$  de todos los  $x_0$  tales que  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  existe.

b) Para cada  $x_0 \in K$ , calcule el valor  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

4. Poniendo  $x_0 = 2$ , considere los números

$$x_1 = \frac{1}{2} \left( 2 + \frac{2}{2} \right) = \frac{3}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}} \right), \dots \text{ y en general, } x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{2}{x_n} \right)$$

a) Pruebe que  $x_{n+1} < x_n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

b) Pruebe que  $x_n > 1$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

c) Si  $z = \inf \{x_n / n = 0, 1, 2, \dots\}$ , muestre que  $z^2 = 2$ .